Devoir commun premiere S entrainement

Exercice 1 : (6,5 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{-2x^2+4x-2}{x^2+3x}$ de courbe représentative C, dans le repère orthonormé $(0; \overrightarrow{i}\,; \overrightarrow{j}\,)$.

1 Déterminer D ensemble de définition de f.

2 Déterminer les limites de f aux bornes de D et en déduire les asymptotes éventuelles de C.

3 Montrer que $f'(x) = \dfrac{-10x^2+4x+6}{(x^2+3x)^2}$. Etudier le signe de cette expression. Dresser le tableau de variation de f sur D

4 Déterminer l'équation de la tangente à C au point d'abscisse -1.

5 Représenter C, ses asymptotes et tangentes.

Exercice 2 (2,5 points)

On veut résoudre l'équation $\sqrt{3}\cos x = \sin x$ dans $[0; 2\pi[$ notée (E)

1 Démontrer que si x est solution de (E) alors $\cos^2 x = \dfrac{1}{4}$.

2 Résoudre l'équation $\cos^2 x = \dfrac{1}{4}$ dans $[0; 2\pi[$.

3 En déduire les solutions de (E) dans $[0; 2\pi[$.
(On remarquera que $\cos x$ et $\sin x$ doivent avoir le même signe).

Exercice 3 (7 points) Soit ABC un triangle vérifiant $AB = 3cm$, $BC = 6cm$ et $AC = 5cm$. On appelle I le milieu de [AC] et D est le symétrique de B par rapport à C. Les droites (AD) et (BI) se coupent en G. On appelle K le point d'intersection des droites (CG) et (AB).
On veut montrer que A est le milieu de [BK]

1 Faire un dessin

2 En utilisant le premier théoreme de la médiane, calculer la longueur BI.

3 On considère D et I comme barycentres de deux sommets du triangle ABC munis de coefficients. Préciser ces coefficients.

4 Montrer que G est le barycentre de $(A, 2), (B, -1), (C, 2)$.

5 Montrer que K est le barycentre de $(A, 2)$ et $(B, -1)$.

6 Conclure.

7 a) On considère le vecteur $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$.
Montrer que ce vecteur est indépendant de M et que l'on a : $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{BI}$.

b) Déterminer et dessiner l'ensemble (E) des points M du plan vérifiant

$$(2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}).(\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 3\sqrt{65}$$

Exercice 4 (4 points)

On considère la suite de terme général u_n défini pour $n \leq 1$ par $u_{n+1} = \dfrac{5u_n - 3}{3u_n - 1}$ et de premier terme $u_1 = 0$.

1 Calculer u_3, u_3 et u_4. En déduire que la suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géometrique.

2 On pose $v_n = \dfrac{u_n + 1}{u_n - 1}$

a) Montrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique. Préciser son premier terme et sa raison.

b) Exprimer v_n en fonction de n.

3 Déduire de ce qui précède l'expression de u_n en fonction de n.

4 Déterminer la limite de la suite (u_n).